

Данная статья представляет собой расширенную версию доклада, представленного на [конференции GraphiCon 2025](#).

## **Визуальный анализ и количественная оценка точности солверов пакета OpenFOAM при моделировании цепи косых скачков уплотнения**

А.Е. Бондарев<sup>1</sup>, А.Е. Кувшинников<sup>2</sup>

Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0003-3681-5212, [bond@keldysh.ru](mailto:bond@keldysh.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0003-1667-6307, [kuvsh90@yandex.ru](mailto:kuvsh90@yandex.ru)

### **Аннотация**

В контексте развития вычислительной газовой динамики актуальной задачей является выбор наиболее точного солвера для моделирования высокоскоростных течений. Данная статья представляет собой детальное сравнительное исследование четырех солверов OpenFOAM при моделировании формирования цепи косых скачков уплотнения. Исследование фокусируется на оценке способности солверов верно воспроизводить сложную структуру потока, характеризующуюся многократными ударными волнами. Представлены детальные таблицы с результатами сравнения норм ошибок для полей давления, плотности и модуля скорости. Результаты показывают, что солвер rhoCentralFoam демонстрирует лучшую точность. Полученные данные могут быть использованы инженерами и исследователями для выбора оптимального солвера.

**Ключевые слова:** сравнительная оценка точности, вычислительная газовая динамика, цепочка скачков уплотнения, OpenFOAM.

## **1. Введение**

Исследование аэродинамических явлений, связанных с распространением ударных волн, представляет собой фундаментальную задачу в области газовой динамики и вычислительной гидродинамики. Особый интерес вызывают сценарии, где взаимодействие ударных волн с геометрическими препятствиями приводит к формированию сложных волновых структур, таких как отраженные скачки уплотнения и цепочки ударных волн. Такие явления имеют критическое значение для понимания и проектирования широкого спектра инженерных систем. Численное моделирование этих процессов становится незаменимым инструментом, позволяющим детально изучать динамику потока, распределение параметров и характеристики ударных волн, которые сложно или невозможно исследовать экспериментально [1–3].

В последние десятилетия вычислительный эксперимент стал неотъемлемым инструментом в арсенале инженеров и исследователей, занимающихся аэродинамическими задачами. Возможность моделировать сложные течения на компьютере позволяет проводить детальный анализ, который часто недоступен или чрезмерно дорог при использовании одних лишь лабораторных или натурных экспериментов. Вычислительный эксперимент позволяет исследовать широкий диапазон параметров, варьировать геометрию, изучать нестационарные процессы и получать детальную информацию о параметрах потока в любой точке расчётной области. Однако, моделирование высокоскоростных течений с ударными волнами представляет собой особенно сложную задачу для численных методов. Ударные волны характеризуются резкими гради-

ентами, что требует применения высокоточных численных схем, способных корректно разрешать эти разрывы без существенных артефактов, таких как осцилляции или искусственное сглаживание. Неправильный выбор численного подхода может привести к неверному определению положения ударной волны, ее интенсивности, а также к искажению других важных характеристик потока. Это подчеркивает важность тщательного подбора и тестирования солверов, используемых для таких задач [4, 5].

Численное моделирование таких процессов требует применения надежных и точных вычислительных методов, способных адекватно описывать разрывные решения, характерные для ударных волн. Программный пакет OpenFOAM [6, 7], являясь мощным инструментом с открытым исходным кодом, предоставляет широкий спектр солверов, каждый из которых обладает своими особенностями в плане точности, устойчивости и вычислительной эффективности при решении различных типов задач. Выбор подходящего солвера является критически важным для получения достоверных результатов, особенно в задачах с ударными волнами, где требуется высокая разрешающая способность и корректное воспроизведение фронтов ударных волн. Понимание преимуществ и недостатков каждого солвера в контексте данной задачи позволит рекомендовать наиболее подходящие инструменты для дальнейших исследований в областях аэродинамики, где возникают ударные волны.

Работа является продолжением цикла работ авторов. Ранее в качестве референтных задач рассматривались: задача об образовании скачка уплотнения [8], задача об образовании двумерной волны разрежения [9] и задача обтекания конуса, имеющего сферическое затупление [10]. Благодаря применению обобщённого вычислительного эксперимента [11, 12], расчётчики получают возможность уверенно ориентироваться в широком спектре разработанных численных методов. Это позволяет им подбирать для своих расчётов наиболее точные и эффективные решения. Сама методика подразумевает исследование задачи путём дискретизации её определяющих параметров в пределах определённого диапазона, последующего параметрического анализа и визуализации многомерных результатов.

## 2. Постановка задачи

Высокоскоростной поток газа с числом Маха  $M$  течет слева направо (рис. 1).

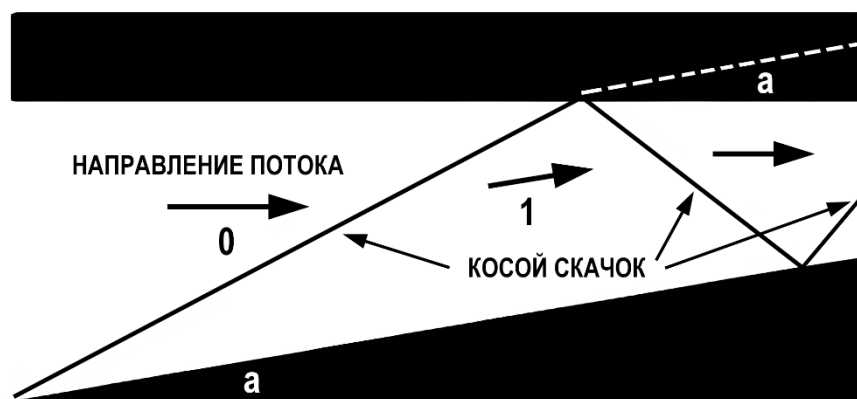


Рис. 1. Схема течения

Обозначим область свободного потока зоной «0». Поток встречает клин «а» с углом наклона  $\beta$  и создает косой скачок уплотнения, зона за этим скачком уплотнения обозначена как зона «1». Течение в зоне «1» параллельно клину «а», а условия задаются соотношениями для косого скачка уплотнения, приведенными, к примеру, в [13]. Затем косой скачок ударяется о твердую стенку и отражается от нее, создавая новый скачок уплотнения. Течение за отраженным скачком уплотнения обозначено как зона «2».

Поскольку поток в зоне «1» параллелен клину «а», он падает на сплошную стенку под углом «а», как показано белой пунктирной линией. Поток в зоне «2» параллелен сплошной стенке, а условия в зоне «2» определяются соотношениями для косого скачка уплотнения, при этом условия перед ним соответствуют условиям в зоне «1». Отражённый скачок уплотнения сам отражается от клина, создавая цепочку скачков уплотнения в канале, образованном клином и сплошной стенкой. При прохождении каждого скачка уплотнения и отражения число Маха потока уменьшается. В конце концов, число Маха в какой-то зоне становится слишком низким для формирования косого скачка уплотнения, и формируется конечный, прямой скачок уплотнения.

Определяющими параметрами задачи в терминах обобщенного вычислительного эксперимента здесь служат число Маха  $M$  и угол клина  $\beta$ . Число Маха менялось от 1.8 до 2.0 с шагом 0.1, угол клина  $\beta$  от  $5^\circ$  до  $10^\circ$  с шагом  $2.5^\circ$ .

### 3. Организация расчётов

В сравнении участвовали четыре солвера: два стандартных солвера — rhoCentralFoam и sonicFoam, а также два авторских — pisoCentralFoam [14] и QGDFoam [15]. Последние два солвера разработаны коллективами Института системного программирования РАН и Института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН.

Эти солверы сильно отличаются, rhoCentralFoam использует схему Курганова – Тадмора, центрально-противопотоковую схему гоудоновского типа [16], sonicFoam использует алгоритм PIMPLE, включающий в себя метод расщепления [17]. pisoCentralFoam — гибридный метод, использующий как схему Курганова – Тадмора, так и метод PIMPLE [18], QGDFoam основан на квазигазодинамической системе уравнений [19, 20].

Расчётная область разбивается на ячейки. Пакет OpenFOAM для решения требует задания граничных и начальных условий. На входной границе «inlet» задаются параметры невозмущенного набегающего потока (давление  $P = 101325$  Па, температура  $T = 300$  К,  $x$ -компонента скорости  $U_x$  изменяется от 625.05 м/с до 694.5 м/с,  $y$ -компонента скорости  $U_y$  равна 0 м/с). На выходной границе «outlet» задаются граничные условия равенства нулю производных газодинамических функций по нормали к границе. На границе клина «wedge» и на верхней границе «top» для давления и температуры задается условие нулевого градиента, для скорости задается условие «slip», соответствующее условию непротекания для уравнений Эйлера. Для передней «front» и задней «back» границ используется специальное условие «empty». Это условие задается в случаях, когда вычисления в заданном направлении не проводятся, так как мы решаем двумерную задачу. Схема расчётной области для клина с углом  $\beta = 10^\circ$  представлена на рис. 2. Стоит отметить, что на указанном изображении для наглядности сетка крупнее, чем в реальных расчётах.

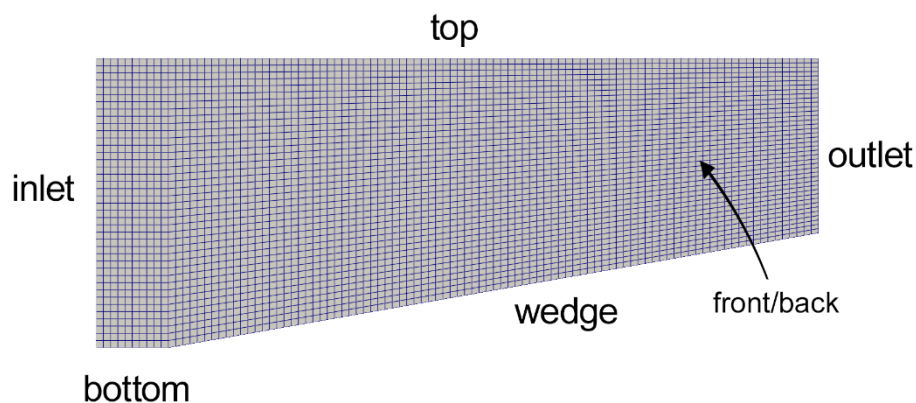


Рис. 2. Схема расчётной области

Число ячеек сетки зависит от угла наклона, так как от него зависит и число отражений косоугольного скачка. 50000 для  $\beta = 5^\circ$ , 32500 для  $\beta = 7.5^\circ$  и 25000 для  $\beta = 10^\circ$ . Начальные условия соответствуют граничным на грани *inlet*, то есть в качестве начальных условий используются параметры набегающего потока. В солвере QGDFoam в качестве начальных условий также указывался коэффициент сглаживания  $\alpha = 0.1$  на всей расчётной области. Также задавались значения молярной массы  $M = 28.96$  и удельной теплоёмкости при постоянном давлении  $C_p = 1004$ .

OpenFOAM выделяется среди прочих программных пакетов тем, что управление симуляциями осуществляется через текстовые файлы. Такой метод даёт значительную гибкость: он позволяет без труда автоматизировать запуск расчётов, корректировать параметры моделирования и проводить анализ полученных данных.

Единый подход к проведению расчётов крайне важен для сравнения солверов. Он гарантирует, что все они будут тестироваться в идентичных условиях, что делает оценку их производительности и точности объективной. Когда методики расчётов, сетки, граничные условия и физические модели стандартизированы, полученные результаты становятся сопоставимыми и заслуживают доверия. Это даёт исследователям возможность изолировать влияние посторонних факторов и сфокусироваться на особенностях конкретного решателя. Более того, единообразие в проведении тестов помогает лучше понять преимущества и недостатки каждого солвера, что, в свою очередь, облегчает выбор наиболее подходящего инструмента для решения конкретной инженерной задачи.

В работе с OpenFOAM мы применили те же настройки конфигурационных файлов *fvSchemes* и *fvSolution*, что и в прошлых работах авторов.

## 4. Результаты экспериментов

Картины течения представлены на рис. 3–5 в виде распределения давления, плотности и модуля скорости в расчётной области. Представленное распределение давления получено с помощью солвера *rhoCentralFoam*. Разрушения решения не наблюдалось ни для одного из солверов, что свидетельствует о высоких стабилизирующих свойствах всех солверов, участвующих в исследовании.



Рис. 3. Поле давления установившегося течения для солвера *rhoCentralFoam*,  $\beta = 5^\circ$



Рис. 4. Поле плотности установившегося течения для солвера *rhoCentralFoam*,  $\beta = 5^\circ$



Рис. 5. Поле плотности установившегося течения для солвера rhoCentralFoam,  $\beta = 5^\circ$

Построим оценки отклонения от точного решения для всей расчётной области в аналоге нормы  $L_2$ . Для этого определим относительную погрешность  $Err$  для аналога нормы  $L_2$  следующим образом:

$$Err = \sqrt{\sum_m |y_m - y_m^{exact}|^2 S_m} / \sqrt{\sum_m |y_m^{exact}|^2 S_m}.$$

Здесь  $y_m$  — значение исследуемой величины (давления, плотности или модуля скорости),  $V_m$  — объём ячейки. Значения  $y_m^{exact}$  получены из аналитического решения задачи [1, 3]. В анализе сравнительной точности участвовали солверы sonicFoam, QGDFoam, rhoCentralFoam и pisoCentralFoam. Далее в таблицах для солверов используются сокращенные обозначения: rCF (*rhoCentralFoam*), pCF (*pisoCentralFoam*), sF (*sonicFoam*), QGDF (*QGDFoam*). Значения отклонения от точного решения по всей расчётной области рассчитаны для давления  $p$ , плотности  $\rho$  и модуля скорости  $U$  приведены в Табл. 1–3. Жирным выделены наименьшие значения в каждой строке.

Таблица 1. Ошибки для  $m=1.8$

Величина	Угол клина	rCF	pCF	sF	QGDF
Давление	$5^\circ$	<b>0.017524</b>	0.018371	0.030166	0.019833
	$7.5^\circ$	<b>0.020764</b>	0.021894	0.032143	0.021187
	$10^\circ$	<b>0.023818</b>	0.025093	0.032409	0.027019
Плотность	$5^\circ$	<b>0.012136</b>	0.012755	0.020317	0.013353
	$7.5^\circ$	<b>0.014737</b>	0.015372	0.022233	0.014753
	$10^\circ$	<b>0.016814</b>	0.017542	0.021391	0.018078
Модуль скорости	$5^\circ$	<b>0.007044</b>	0.007791	0.012612	0.007834
	$7.5^\circ$	<b>0.008883</b>	0.009536	0.014509	0.009206
	$10^\circ$	<b>0.010027</b>	0.010927	0.016055	0.011480

Таблица 2. Ошибки для  $m=1.9$

Величина	Угол клина	rCF	pCF	sF	QGDF
Давление	$5^\circ$	<b>0.020155</b>	0.021083	0.032724	0.022784
	$7.5^\circ$	<b>0.023237</b>	0.024518	0.035507	0.025689
	$10^\circ$	<b>0.030908</b>	0.031736	0.041045	0.032071
Плотность	$5^\circ$	<b>0.014082</b>	0.014973	0.021985	0.015372
	$7.5^\circ$	<b>0.016177</b>	0.017247	0.023442	0.017129
	$10^\circ$	<b>0.021463</b>	0.022354	0.027843	0.021769
Модуль скорости	$5^\circ$	<b>0.007136</b>	0.007615	0.012983	0.008126
	$7.5^\circ$	<b>0.008970</b>	0.009533	0.014623	0.009572
	$10^\circ$	<b>0.012371</b>	0.012842	0.017784	0.013131



Таблица 3. Ошибки для  $m=2.0$

Величина	Угол клина	rCF	pCF	sF	QGDF
Давление	5°	<b>0.020062</b>	0.021357	0.034088	0.022215
	7.5°	<b>0.023178</b>	0.024817	0.036381	0.025272
	10°	<b>0.027503</b>	0.028304	0.035913	0.027800
Плотность	5°	<b>0.013722</b>	0.014783	0.022694	0.014851
	7.5°	<b>0.016411</b>	0.017425	0.024615	0.017274
	10°	0.019611	0.020549	0.024687	<b>0.019223</b>
Модуль скорости	5°	<b>0.006999</b>	0.007851	0.011855	0.007567
	7.5°	<b>0.008825</b>	0.009572	0.013992	0.009229
	10°	<b>0.010848</b>	0.011619	0.015648	0.011116

Для анализа таблиц визуализируем данные в виде поверхностей ошибок. Результат представлен на рис. 6–8.

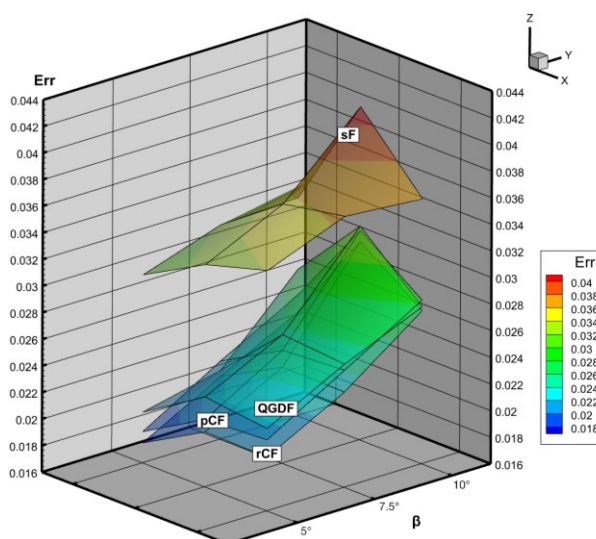


Рис. 6. Поверхности ошибок рассматриваемых солверов для давления

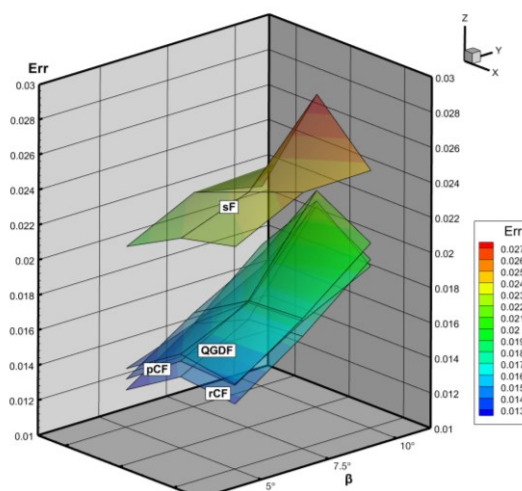


Рис. 7. Поверхности ошибок рассматриваемых солверов для плотности

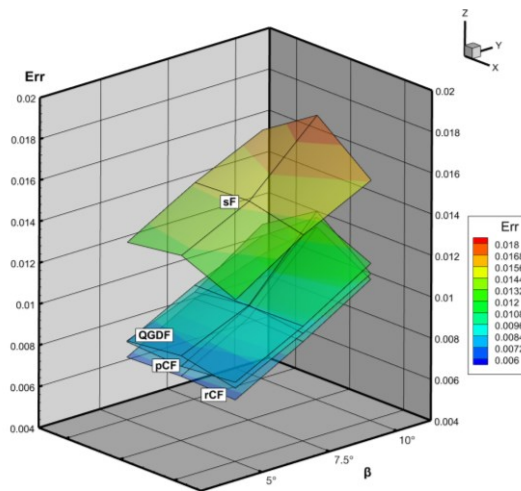


Рис. 8. Поверхности ошибок рассматриваемых солверов для модуля скорости

Анализ представленных таблиц позволяет сделать ряд важных выводов относительно их точности и зависимости от входных параметров. В первую очередь, следует отметить, что солвер rhoCentralFoam последовательно демонстрирует наименьшие значения ошибок как для расчёта давления, так и для расчёта плотности во всех без исключения рассмотренных сценариях, что однозначно указывает на его превосходство в точности по сравнению с другими исследованными солверами. Это превосходство проявляется в абсолютных значениях ошибок, но не в относительной устойчивости к изменению условий задачи. Рассматривая зависимость точности солверов от угла клина, можно четко проследить общую тенденцию: с увеличением угла клина ошибки численного решения для всех солверов имеют тенденцию к росту. Это закономерное явление, обусловленное физикой течения: увеличение угла клина приводит к повышению градиентов параметров потока, формированию более интенсивных ударных волн и, как следствие, к усложнению задачи для численных методов. Солвер sonicFoam, однако, демонстрирует наименьший абсолютный прирост ошибки при увеличении угла клина. Например, при  $M=1.8$ , переход от  $5^\circ$  к  $10^\circ$  углу клина для давления приводит к увеличению ошибки rhoCentralFoam на 0.006294 (с 0.017524 до 0.023818), тогда как для sonicFoam этот прирост составляет 0.002243 (с 0.030166 до 0.032409), а для QGDFoam — 0.007186 (с 0.019833 до 0.027019). Это подчеркивает его большую устойчивость к геометрическим изменениям. Аналогичная картина наблюдается и для расчёта плотности, где sonicFoam также демонстрирует наименьший рост ошибки.

Влияние числа Маха на точность солверов также является существенным. Как видно из таблиц, повышение числа Маха ведет к увеличению ошибок для всех солверов. Это обусловлено возрастанием роли сжимаемости потока, что требует более точных численных схем для адекватного описания явлений, таких как ударные волны, особенно при высоких скоростях. Солвер rhoCentralFoam, несмотря на рост абсолютных значений ошибок с увеличением числа Маха, как и в случае с углом клина, сохраняет свое преимущество в точности.

Сравнивая остальные солверы, можно отметить, что pisoCentralFoam показывает результаты, очень близкие к rhoCentralFoam, но, как правило, с несколько более высокими ошибками. Он также демонстрирует схожую тенденцию к увеличению ошибок с ростом числа Маха и угла клина. QGDFoam занимает промежуточное положение, его результаты часто сопоставимы с pisoCentralFoam, но в некоторых случаях он может уступать ему в точности. Солвер sonicFoam систематически демонстрирует самые высокие ошибки среди всех исследованных солверов. Важно также отметить, что ошибки при расчёте модуля скорости в целом оказываются ниже, далее идут ошибки при расчёте плотности, и максимальные ошибки возникают при расчёте давления, для всех солве-

ров и при всех условиях. Это может быть связано величиной изменение параметров (для  $M = 2$  и  $\beta = 10^\circ$  давление увеличивается в 2.8 раза, плотность в 2.08 раза, а модуль скорости уменьшается в 1.55 раза).

Таким образом, на основании детального анализа представленных данных, можно сделать вывод, что солвер rCF является наиболее надежным и точным выбором для решения задачи обтекания клина в рассматриваемом диапазоне параметров, благодаря своей стабильно низкой ошибке и меньшей чувствительности к увеличению числа Маха и угла клина.

## 5. Выводы и заключение

Данная работа подтвердила возможность успешного применения OpenFOAM для моделирования цепочки косых скачков уплотнения. Сравнительная оценка солверов показала, что rhoCentralFoam является наиболее предпочтительным выбором для достижения высокой точности, однако и другие исследованные солверы также решают поставленную задачу. Результаты исследования вносят вклад в понимание применимости CFD-методов в аэродинамических расчётах. Полученные данные имеют важное практическое значение для инженеров и исследователей, работающих в области аэродинамики. Это исследование поможет им принимать обоснованные решения при выборе численных методов для своих задач, и открывает путь к дальнейшему развитию и применению OpenFOAM в передовых областях науки и техники.

## Благодарности

Вычисления проведены с помощью гибридного суперкомпьютера K100, установленного в Суперкомпьютерном Центре коллективного пользования ИПИМ им. М.В. Келдыша РАН.

## Список литературы

1. Anderson J. D. Modern Compressible Flow: With Historical Perspective. McGraw-Hill Education, 2021. 778 p.
2. Anderson J. D. Fundamentals of Aerodynamics. McGraw-Hill Education, 2016. 1152 p.
3. Чёрный Г. Г. Газовая динамика. М.: Наука, 1988. 424 с.
4. Toro E. F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction. Heidelberg: Springer Berlin, 2009. 724 p.
5. Ferziger J. H., Perić M., Street R. L. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer Cham, 2009. 724 p.
6. OpenFOAM Foundation: [Электронный ресурс]. URL: <http://www.openfoam.org> (Дата обращения: 02.07.2024).
7. Jasak H. OpenFOAM: Open source CFD in research and industry // Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng. 2009. Vol. 1. P. 89–94.
8. Alekseev A. K., Bondarev A. E., Kuvshinnikov A. E. Comparative analysis of the accuracy of OpenFOAM solvers for the oblique shock wave problem // Mathematica Montisnigri, 2019, Vol. XLV. P. 95–105.
9. Bondarev A. E., Kuvshinnikov A. E. Analysis and Visualization of the Computational Experiments Results on the Comparative Assessment of OpenFOAM Solvers Accuracy for a Rarefaction Wave Problem // Scientific Visualization. 2021. Vol. 13. № 3. P. 34–46.
10. Bondarev A.E., Kuvshinnikov A.E. Integrating Scientific Visualization in the Assessment of OpenFOAM Solvers for the Flow Around a Spherically Blunted Cone // Scientific Visualization. 2024. V. 16. № 4. P. 25–36.
11. Bondarev A.E. On the Construction of the Generalized Numerical Experiment in Fluid Dynamics // Mathematica Montisnigri. 2018. Vol. XLII. P. 52–64.
12. Bondarev A.E., Galaktionov V.A. Generalized Computational Experiment and Visual Analysis of Multidimensional Data // Scientific Visualization. 2019. V. 11. № 4. P. 102–114.



13. Дейч .М. Е. Техническая газодинамика. Москва–Ленинград: Госэнергоиздат, 1961. 670 с.
14. United collection of hybrid Central solvers — one-phase, two-phase and multicomponent versions: [Электронный ресурс]. URL: <https://github.com/unicfdlab/hybridCentralSolvers> (Дата обращения 10.07.2025).
15. OpenFOAM framework for simulation of fluid flows using regularized (QGD/QHD) equations: [Электронный ресурс]. URL: <https://github.com/unicfdlab/QGDSolver> (Дата обращения 10.07.2025).
16. Kurganov A., Tadmor E. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection-diffusion equations // J. Comput. Phys. 2000. Vol. 160. № 1. P. 241–282.
17. Issa R. Solution of the implicit discretized fluid flow equations by operator splitting // J. Comput. Phys. 1986. Vol. 62. № 1. P. 40–65.
18. Kraposhin M. V., Banholzer M., Pfitzner M., Marchevsky I. K. A hybrid pressure-based solver for nonideal single-phase fluid flows at all speeds // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 2018. Vol. 88. № 2. P. 79–99.
19. Истомина М. А. О реализации одномерного квазигазодинамического алгоритма в открытом программном комплексе OpenFOAM // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2018. № 001.
20. Четверушкин Б. Н. Кинетические схемы и квазигазодинамическая система уравнений М.: МАКС Пресс, 2004. 328 с.

# Visual and Quantitative Assessment of OpenFOAM Solver Accuracy for Simulating Oblique Shock Train

A.E. Bondarev<sup>1</sup>, A.E. Kuvshinnikov<sup>2</sup>

Keldysh Institute of Applied Mathematics Russian Academy of Sciences

<sup>1</sup> ORCID: 0000-0003-3681-5212, [bond@keldysh.ru](mailto:bond@keldysh.ru)

<sup>2</sup> ORCID: 0000-0003-1667-6307, [kuvsh90@yandex.ru](mailto:kuvsh90@yandex.ru)

## Abstract

In the context of the development of computational gas dynamics, selecting the most accurate solver for high-speed flow simulation is a pressing issue. This paper presents a detailed comparative study of four OpenFOAM solvers for simulating the formation of a chain of oblique shock waves. The study focuses on assessing the solvers' ability to accurately reproduce complex flow structures characterized by multiple shock waves. Detailed tables are presented comparing error norms for pressure, density, and velocity magnitude fields. The results indicate that the rhoCentralFoam solver demonstrates superior accuracy. The obtained data can be utilized by engineers and researchers for selecting optimal solvers.

**Keywords:** comparative accuracy assessment, computational fluid dynamics, supersonic flow, spherically blunted cone, OpenFOAM.

## References

1. Anderson J. D. Modern Compressible Flow: With Historical Perspective. McGraw-Hill Education, 2021. 778 p.
2. Anderson J. D. Fundamentals of Aerodynamics. McGraw-Hill Education, 2016. 1152 p.
3. Chernuy G. G. Introduction to Hypersonic Flow. Academic Press, 1961. 276 p.
4. Toro E. F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction. Heidelberg: Springer Berlin, 2009. 724 p.
5. Ferziger J. H., Perić M., Street R. L. Computational Methods for Fluid Dynamics. Springer Cham, 2009. 724 p.
6. OpenFOAM Foundation: [Online]. URL: <http://www.openfoam.org> (Accessed: 02.07.2025).
7. Jasak H. OpenFOAM: Open source CFD in research and industry // Int. J. Nav. Archit. Ocean Eng. 2009. Vol. 1. P. 89–94.
8. Alekseev A. K., Bondarev A. E., Kuvshinnikov A. E. Comparative analysis of the accuracy of OpenFOAM solvers for the oblique shock wave problem // Mathematica Montisnigri, 2019, Vol. XLV. P. 95-105.
9. Bondarev A. E., Kuvshinnikov A. E. Analysis and Visualization of the Computational Experiments Results on the Comparative Assessment of OpenFOAM Solvers Accuracy for a Rarefaction Wave Problem // Scientific Visualization. 2021. Vol. 13. № 3. P. 34–46.
10. Bondarev A. E., Kuvshinnikov A.E. Integrating Scientific Visualization in the Assessment of OpenFOAM Solvers for the Flow Around a Spherically Blunted Cone // Scientific Visualization. 2024. V. 16. № 4. P. 25–36.
11. Bondarev A. E. On the Construction of the Generalized Numerical Experiment in Fluid Dynamics // Mathematica Montisnigri. 2018. Vol. XLII. P. 52–64.
12. Bondarev A. E., Galaktionov V.A. Generalized Computational Experiment and Visual Analysis of Multidimensional Data // Scientific Visualization. 2019. V. 11. № 4. P. 102–114.

13. Deich M. E. *Tekhnicheskaja gazodinamika*. Moscow–Leningrad: Gosjenergoizdat, 1961. 670 p. [In Russian]
14. United collection of hybrid Central solvers — one-phase, two-phase and multicomponent versions: [Online]. URL: <https://github.com/unicfdlab/hybridCentralSolvers> (Accessed: 10.07.2025).
15. OpenFOAM framework for simulation of fluid flows using regularized (QGD/QHD) equations: [Online]. URL: <https://github.com/unicfdlab/QGDsolver> (Accessed: 10.07.2025).
16. Kurganov A., Tadmor E. New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection-diffusion equations // *J. Comput. Phys.* 2000. Vol. 160. № 1. P. 241–282.
17. Issa R. Solution of the implicit discretized fluid flow equations by operator splitting // *J. Comput. Phys.* 1986. Vol. 62. № 1. P. 40–65.
18. Kraposhin M. V., Banholzer M., Pfitzner M., Marchevsky I. K. A hybrid pressure-based solver for nonideal single-phase fluid flows at all speeds // *Int. J. Numer. Meth. Fluids.* 2018. Vol. 88. № 2. P. 79–99.
19. Istomina M.A. About realization of one-dimensional quasi-gas dynamic algorithm in the open program OpenFOAM complex // *KIAM Preprint* № 1, Moscow, 2018.
20. Chetverushkin B.N. *Kinetic Schemes and Quasi-Gas Dynamic System of Equations*. CIMNE Barcelona, Spain, 2008, 298 p.